

JERARQUÍA DE OPERACIONES

PRESENTACIÓN

La Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, del Ministerio de Educación, encargada de velar y ejecutar los procesos de evaluación e investigación, para asegurar la calidad educativa, pone en sus manos esta publicación, que espera sea de utilidad a los docentes del área curricular de Matemáticas, del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica, como un instrumento para reflexionar en torno a los resultados de las evaluaciones aplicadas en el año 2009

OBJETIVOS

- Analizar desde los procesos cognitivos los errores más comunes en la resolución de los ítems de las pruebas de Matemáticas, aplicadas a los estudiantes de tercer grado del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica.
- Sugerir a los docentes actividades de enseñanza-aprendizaje que coadyuven al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes.

¿Cómo usar este documento?

Para conseguir el objetivo de aprender del error, el presente documento se ha estructurado en tres apartados que se espera sean útiles para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes del Nivel de Educación Media, del Ciclo de Educación Básica.

En primer lugar se ofrece una cápsula informativa, acerca de la teoría que sustenta el aprendizaje de la jerarquía de operaciones. A continuación, se presenta un ítem clonado de la prueba de matemáticas que resuelven los estudiantes de tercero básico en las evaluaciones nacionales que aplica la DIGEDUCA, con la finalidad de que el docente ubique el contenido dentro de lo que establece el Curriculum Nacional Base –CNB–, la destreza que apoya el desarrollo de la competencia matemática y el porcentaje de ítems que fueron resueltos correctamente a nivel nacional.

En el apartado Análisis del error, se explican las posibles causas que llevaron a los estudiantes a seleccionar una opción incorrecta. Aquí radica la razón del título de esta publicación, se espera que los docentes utilicen este análisis para identificar las posibles deficiencias y promover estrategias para fortalecer los aprendizajes. Como complemento del análisis del error, se brindan algunas sugerencias para mejorar los aprendizajes, que desde luego no quedan agotadas en este bifold. Finalmente se refiere una lista de referencias bibliográficas que pueden ser consultadas para completar la información aquí incluida.

La DIGEDUCA espera con esta publicación, hacer un aporte que favorezca la calidad educativa de la enseñanza en nuestro país.





JERARQUÍA DE OPERACIONES

La Jerarquía de operaciones implica un orden de prioridad al resolver una operación con números reales. Para resolver operaciones combinadas con números reales se establece un orden determinado el cual se resume de la siguiente forma:

1. Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves.
2. Calcular las potencias y raíces.
3. Efectuar los productos y cocientes.
4. Realizar las sumas y restas.

Observar el procedimiento en el siguiente ejemplo:

$$2 + 3 \cdot (2^2 + 5 \cdot (18 \div 6 \cdot 2) - 6)$$

$$2 + 3(2^2 + 5(18 \div 6 \cdot 2) - 6)$$

Para la primera operación se debe desarrollar la potencia.

$$2 + 3(4 + 5(18 \div 6 \cdot 2) - 6)$$

Operar el paréntesis interno, respetando el orden como aparecen las operaciones ya que son multiplicaciones y divisiones.

$$2 + 3(4 + 5(6) - 6)$$

Recordar que el paréntesis implica multiplicación.

$$2 + 3(4 + 30 - 6)$$

Corresponde ahora desarrollar las operaciones que están dentro del paréntesis

$$2 + 3(28)$$
$$2 + 84 = 86$$

Se realiza la multiplicación indicada y por último se efectúa la suma de los números 2 y 84.

La jerarquía de operaciones se aplica a todas las operaciones combinadas que pueden presentarse como: operaciones combinadas sin paréntesis, operaciones combinadas con paréntesis, operaciones combinadas con paréntesis y corchetes.

Análisis del ítem

Al incluir ítems de jerarquía de operaciones se espera que el estudiante evidencie que comprende los cálculos que son necesarios para resolver operaciones combinadas.

El resultado de operar **120-4[3-5(17-14)+2(3²+5)]** es:

- a. 80
- b. 1856
- c. 2552
- d. 56

Descripción del ítem

Competencia del CNB	3
Destreza evaluada	Cálculo de operaciones combinadas
Demanda cognitiva	Comprensión
Opción correcta	d
Respuestas correctas	10.7 %

La demanda cognitiva de este ítem, ubicada en Comprensión, requiere del estudiante recordar el orden en el que se efectúan las operaciones y comprender los procedimientos para realizar el cálculo de operaciones combinadas.



Previo a la enseñanza de las leyes de los exponentes refuerce los conocimientos básicos de los estudiantes en:

1. Las propiedades de los números reales
2. Las operaciones básicas de los números reales
3. Potenciación

Análisis del error

El ítem consiste en una expresión combinada que requiere la aplicación correcta de la jerarquía de operaciones:

$$120-4 [3-5(17-14)+2(9+5)] =$$

$$120-4 [3-5(3)+2(14)]=120-4 [3-15+28]$$

Luego de simplificar se obtiene:

$$120-4 [16]=120-64=56$$

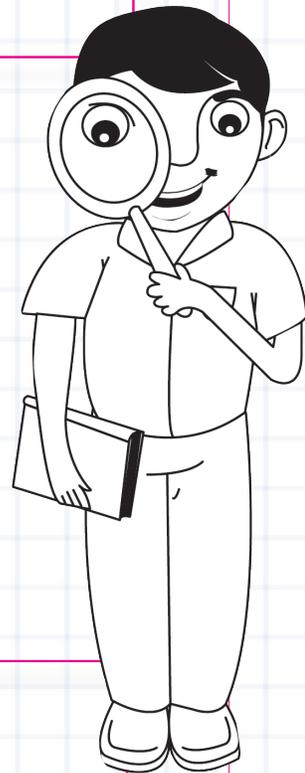
Los posibles errores cometidos por los estudiantes son los siguientes:
Si el estudiante eligió la opción...

- a. Se equivocó al resolver la potencia $3^2=6$ pues multiplica 3×2 , este resultado indica que no comprende que la operación de potenciación de base entera y exponente natural 3^2 , es el producto de $3 \times 3 = 9$.
- b. Resuelve las operaciones indicadas dentro del corchete correctamente y obtiene como resultado: $120 - 4[16]$, sin embargo no respeta la jerarquía de operaciones al efectuar la operación de la forma $116 [16] = 1856$.
- c. No respeta la jerarquía de operaciones al resolver una operación combinada de izquierda a derecha sin tomar en cuenta la importancia de los signos de agrupación y obtiene $116 [-2(3)+2(14)]$.

En conclusión, los errores evidencian que los estudiantes no conocen o recuerdan el orden en el que se realizan las operaciones o que fallan en el cálculo de las operaciones combinadas.

En el CNB la **competencia 3** expresa que el estudiante "Utiliza los diferentes tipos de operaciones en el conjunto de números reales, aplicando sus propiedades y obteniendo resultados correctos.". Para ello, se propone como indicador de logro la utilización eficiente de los diferentes tipos de operaciones en el conjunto de números reales, aplicando sus propiedades y verificando que sus resultados son correctos. Los contenidos declarativos y procedimentales que permitirán desarrollar la competencia prevista son el Conjunto de números reales: orden operaciones y propiedades. Definición, representación y operación de los números reales. Ejercitación en el cálculo mental y en las estimaciones.

Curriculum Nacional Base. Nivel de Educación Media, Ciclo Básico, Tercer Grado. (2010), p. 51.





Sugerencias de estrategias de aprendizaje

1. Escriba en un cartel las propiedades del conjunto de los números reales y ubíquelo en un lugar visible. Indique a los estudiantes que escriban y aprendan cada una de las propiedades empleando otras literales y sustituyendo por números enteros, racionales, decimales, potencias y radicales.

PROPIEDAD	SUMA	MULTIPLICACION
Conmutatividad	$a + b = b + a$	$ab = ba$
Asociatividad	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(bc) = (ab)c$
Elemento Neutro	$0 + a = a$	$1a = a$
Elemento Inverso	$-a + a = 0$	$(1/a)a = 1$
Distributividad del producto en la suma	$a(b+c) = ab + ac$	

Donde a, b y c representan cualquier número real

2. Seleccione operaciones combinadas que los estudiantes resuelvan de forma oral e inmediata mediante cálculos mentales. Inicie con operaciones combinadas simples, como por ejemplo la operación combinada: $100 - 5 \cdot (3^2 + 6)$, para la adquisición de la habilidad necesaria y eleve el nivel de dificultad en forma gradual. Promover la práctica de este tipo de ejercicios permite que los estudiantes utilicen la calculadora solo en procedimientos de alto nivel de complejidad.
3. Elabore una serie de 8 ejercicios con operaciones combinadas con un nivel de dificultad gradual de medio a elevado, como por ejemplo la expresión: $12^2 - \frac{1}{2} [4 \cdot (-3)^2 + 2^2 \cdot (8-12)^3]$ que se considera de complejidad media. Indique a los estudiantes que resuelvan las operaciones. Forme grupos de tres estudiantes para que seleccionen una de las ocho operaciones para listar los errores que se cometen al resolver la operación combinada. Cada grupo expone sus conclusiones.



Documentos consultados

Diego, A.; Platzek, M. Números reales y sus propiedades. Documento recuperado el 8 de junio de 2012. Disponible en: <http://www.matematica.uns.edu.ar/ingresantes/NrosReales.pdf>

Rey Roger, Romero Fernando, García Alfonso. Genmagic.net. Jerarquía de las operaciones. Documento recuperado el 8 de junio de 2012. Disponible en: http://www.genmagic.net/mates4/jerarquia_operacion_c.swf

Jerarquía de operaciones. Vitutor 2010. Documento recuperado del 8 de junio de 2012. Disponible en: http://www.vitutor.com/di/e/a_10.html



DIGEDUCA giz
Ministerio de Educación
Guatemala, C. A.

Ministerio de Educación de Guatemala
Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa.
©DIGEDUCA 2012 todos los derechos reservados
Se permite la reproducción de este documento total o parcial, siempre que se cite la fuente y no se alteren los contenidos y que la reproducción sea con fines didácticos y no con fines de lucro.
Para efectos de auditoría, este material es desechable.
Disponible en red: www.mineduc.gob.gt/digeduca
Impreso en Guatemala
divulgación_digeduca@mineduc.gob.gt
Guatemala, 2012

La edición, revisión y diagramación de esta publicación ha sido posible gracias al apoyo técnico y financiero del Programa de Apoyo a la Calidad Educativa, PACE/giz. Como parte de la Cooperación Alemana para el Desarrollo, PACE ejecuta fondos provenientes del Ministerio de Cooperación Económica y Desarrollo (BMZ). Las opiniones expresadas no reflejan necesariamente los puntos de vista de GIZ. Editor: Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit – GIZ GmbH 65760 Eschborn. www.pace.org.gt